

等效凝聚力研究

刘远明^{1,2}, 夏才初¹

(1. 同济大学 岩土工程重点实验室/土木工程学院地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 贵州大学 土木建筑学院, 贵阳 550003)

摘 要: 在复杂节理的表面形貌可以理想化为三角形形貌的基础上, 研究了齿形形貌节理的剪切强度机理。推导了考虑起伏度和粗糙度的抗剪强度公式, 建立了等效凝聚力与节理面基本凝聚力的关系, 提出了等效系数的概念, 详细地研究了等效系数的变化规律。并讨论了该抗剪强度公式在不同法向压力作用下的表现形式, 得出了相关结论。

关 键 词: 应用; 节理; 等效摩擦角; 等效凝聚力; 等效系数

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

Research on equivalent cohesion

LIU Yuan-ming^{1,2}, XIA Cai-chu¹

(1. Key Laboratory of Geotechnical Engineering, Department of Geotechnical Engineering, School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Guizhou University, Guiyang 550003, China)

Abstract: On the base which the roughness profile is model as a series of irregular shaped, triangular asperities, the shear failure mechanism of tooth-shaped joints was studied. The shear strength equation was derived, in which the surface profile of joints were considered. The relationship between equivalent cohesion and joints cohesion was established. The equivalent coefficient was proposed and the rule of the coefficient was studied. By discussing the equation under low, medium, high normal stress, some conclusions were drawn.

Key words: application; joints; equivalent fiction; equivalent cohesion; equivalent coefficient

1 前 言

节理岩体是水利、交通、采矿、石油开采等工程广泛遇到的一类复杂工程介质, 节理的表面形态是节理表面空间展布的几何属性, 可按其规模大小分为起伏度和粗糙度两类, 起伏度表征大规模的起伏, 粗糙度表征小规模的不规则凹凸点。国际岩石力学学会建议起伏度分为平面的、波浪形的和台阶形的三种; 粗糙度可分为粗糙的、平坦的和光滑的 3 级。天然节理面的表面形态是起伏度和粗糙度的不同组合^[1]。

为了定量描述岩石节理的力学特性, 节理粗糙度和节理的剪切强度通常通过经验方程表达, 如 Barton^[2]建议的粗糙度系数 JRC 和 Barton 方程和 Dight^[3]建议的含倾角的经验方法。经验方法一般依

赖野外分析和试验结果来获得节理行为、材料特性和观测到的剪切行为的关系, 这些方法只适合特殊的场合, 当外推到其他场合或当条件改变时经常是不准确的, 原因在于这些方法是观察其行为而不是寻求其涉及的机理, 模型亦很少考虑节理的位移, 并且不能解释在节理剪切试验中观察到的现象^[4]。在经验方程中的粗糙度系数经常缺乏清晰的物理意义, 不能客观的决定, 或者不是纯粹的几何特征, 而是从剪切试验结果简化而来^[5]。

为了解释在节理剪切试验中观察到的现象, 节理表面形貌可以理想化为一系列三角形凸台形貌^[4], 这样在分析上得到了极大地简化。如果合理地考虑凸台间的相互作用, 由三角形形貌节理的扩展模型也能预测更加复杂形貌节理的行为^[6]。Patton^[7]提出了考虑到节理的爬坡效应的剪胀公式

和双直线剪胀公式；Jaeger 提出了对 Patton^[8]双直线剪胀公式光滑化的负指数剪切强度公式。Ladanyi 和 Archambault^[9]综合考虑节理面的摩擦力、剪胀性、凝聚性和凸台体的抗剪强度对节理抗剪强度的影响，提出了节理峰值抗剪强度公式。Saeb^[10]修正了 Ladanyi 和 Archambault 模型，修正后的模型理论上更严密，形式上更简单。Useng^[5]综合考虑齿形节理剪切过程中的各种破坏模式，提出以剪应力最小值为准则的节理破坏模式模型。

岩石节理在剪切荷载下两种机理经常发生：一种是在节理表面上凸台面的滑动，另一种是通过凸台底部的剪切。节理的剪切强度是由这两种机理提供的抗剪抗力的组合。节理材料（凸台）的抗剪强度参数和节理面的基本抗剪参数可以通过室内和野外剪切试验得到。

节理面的破坏判据一般采用莫尔-库仑强度准则，可将节理面的基本抗剪参数称为基本摩擦角和基本凝聚力。由于起伏度的影响，抗剪参数发生了变化，在低应力下可以将变化后的抗剪参数称为等效摩擦角和等效凝聚力。由理论分析和剪切试验知，等效摩擦角等于基本摩擦角和起伏角之和，等效摩擦角比节理面的基本摩擦角大，等效摩擦角随起伏角的增大而增大。由于等效摩擦角的变化规律简单，已被广泛认识和接受，一般将该起伏角称为剪胀角。对于等效凝聚力，其变化规律要复杂得多，等效凝聚与基本凝聚力的大小关系，不但与沿切方向的起伏角、背剪切方向的起伏角、基本摩擦角有关，且取决于它们的组合关系。基于规则节理试验的 Patton 剪胀公式考虑了起伏度对内摩擦角的影响，但没有考虑粗糙度的影响，也没有考虑起伏度对凝聚力影响，可能是因为凝聚力数值太小，Patton 剪胀公式忽略了凝聚力。许多学者应用了 Patton 的研究成果，同样没有研究起伏度对凝聚力的影响。Ladanyi 和 Archambault 模型、Ladanyi 和 Archambault 修正模型、Ueng 提出的破坏模型的破坏模式一都是建立在 Patton 剪胀公式的基础上，可见由于以上模型忽视了节理面的基本凝聚力以及起伏度对凝聚力的影响，故未能建立等效凝聚力与节理面凝聚力的关系，也没有研究等效凝聚力的变化规律。对于具有一定起伏度的粗糙节理面，建立等效凝聚力与节理面凝聚力的关系，研究等效凝聚力的变化规律具有较大的意义。

在将复杂节理的表面形貌理想化为三角形形貌

的基础上，本文研究了齿形形貌节理的破坏机理，推导了考虑起伏度和粗糙度的抗剪强度公式，建立了等效凝聚力与节理面凝聚力的关系，提出了等效系数的概念，详细研究了等效系数的变化规律，并讨论了该抗剪强度公式在不同法向压力的表现形式，得出了相关结论。

2 规则齿形破坏机理研究

2.1 物理力学基础

据国际岩石力学学会节理面的分级建议，可将复杂的节理表面形貌简化为不同起伏角度的凸台形貌，具体到齿形节理，规模大的齿形凸台就代表了节理面的起伏度，而凸台面上的规模小的凸起代表粗糙度。

对于齿形节理面，满足莫尔-库仑强度准则，有

$$T_a = N_a \tan \phi_j + c_j l_a \quad (1)$$

式中， N_a 为迎剪切方向的斜面上的法向力； T_a 为迎剪切方向的斜面上的剪力； c_j 为节理面基本凝聚力； ϕ_e 为节理的基本摩擦角； l_a 为迎剪切方向的斜面长度。

由于凸台的存在，沿剪切方向的节理面满足：

$$T = N \tan \phi_e + c_e l \quad (2)$$

式中， N 为节理面的剪切力； T 为节理面的法向力； c_e 为等效凝聚力； ϕ_e 为等效摩擦角； l 为剪切面长度。

2.2 等效参数的推导

孙广忠^[11]提出了如图 1 所示的台阶状节理面的压切式破坏力学模型。文[12]认为假定图 1 中 σ_n 和 S 都是主应力，忽略其作用面上的剪应力显然是不合理的。如图 2 所示，孙广忠推导了在主应力 σ_3 和 σ_1 齿形结构面的强度公式。

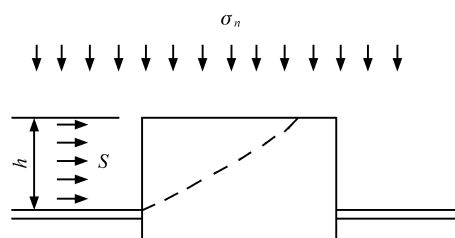


图 1 台阶状节理面压切力学模型

Fig. 1 Press and shear mechanical models of step-shaped joint

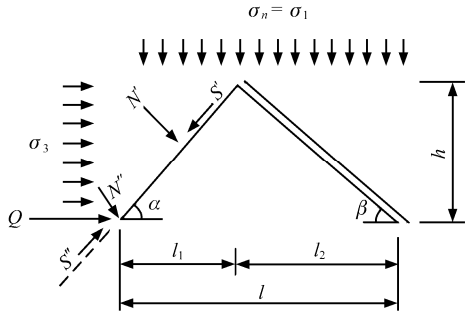


图2 齿形节理面力学模型
Fig. 2 Mechanical models of tooth-shaped joint

图3为节理面受法向力和剪切力作用下的齿形节理的等效抗剪参数推导示意图。参照孙广忠的强度公式推导过程,可推导该力学模型的抗剪强度公式,以下几何关系成立:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= \frac{h}{\tan \alpha}; \quad l_2 = \frac{h}{\tan \beta}; \\ l_a &= \frac{l_1}{\cos \alpha} = \frac{h}{\sin \alpha}; \\ l &= \frac{h}{\tan \alpha} + \frac{h}{\tan \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} h \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

作用法向力和剪切力为

$$\left. \begin{aligned} N &= \sigma_n l; \quad T = \tau l; \\ N_a &= N \cos \alpha + T \sin \alpha; \\ T_a &= T \cos \alpha - N \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 σ_n 为节理面的法向应力; τ 为节理面的剪切应力; N_a 为迎剪切方向斜面上的法向力; T_a 为迎剪切方向斜面上的剪切力。

将式(3)、式(4)有关的已知条件代入式(1),整理得:

$$\tau = \sigma_n \tan(\phi_j + \alpha) + \frac{\sin \beta \cos \phi_j}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \phi_j)} c_j \quad (5)$$

由式(2)得:

$$\tau = \sigma_n \tan \phi_e + c_e l \quad (6)$$

则等效摩擦角、等效凝聚力分别为

$$\phi_e = \phi_j + \alpha \quad (7)$$

$$c_e = \frac{\sin \beta \cos \phi_j}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \phi_j)} c_j \quad (8)$$

孙广忠^[11]的推导过程与此相似,假定

$$S = \sigma_1 h \quad (9)$$

且得出下式:

$$c_e = \frac{1}{\sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha \tan \phi_j) (\cot \alpha + \cot \beta)} c_j \quad (10)$$

可以证明,式(8)和式(10)在形式上是相同的,但含义有所区别。显然,式(8)比(10)简洁,更便于讨论等效凝聚力的变化规律。

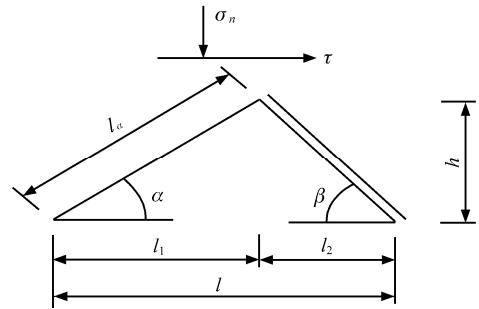


图3 等效抗剪参数推导示意图
Fig. 3 Schematic diagram for deducing equivalent shear parameter

2.3 等效参数变化规律

由式(7)可见,等效摩擦角 ϕ_e 比节理面摩擦角增大,且等效摩擦角 ϕ_e 随起伏角 α 的增大而增大,等效内摩擦角等于基本凝聚力和起伏角之和。一般将该起伏角称为剪胀角。等效摩擦角 ϕ_e 的变化规律比较简单,已被广泛认识和接受,且为大量的试验所证明。

对于等效凝聚力 c_e ,由式(8)可见其变化规律要复杂得多。为分析起伏度对等效凝聚力的影响,研究等效凝聚力的变化规律,令

$$c_e = k c_j$$

$$\text{则} \quad k = \frac{\sin \beta \cos \phi_j}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \phi_j)} \quad (11)$$

可以将 k 称为等效系数。为讨论 k 的变化规律,将式(11)简化为

$$k = \frac{\sin(\beta + \phi_j) + \sin(\beta - \phi_j)}{\sin(2\alpha + \beta + \phi_j) + \sin(\beta - \phi_j)} \quad (12)$$

由锯齿形节理几何特性有 $0 < \alpha < 90^\circ$, $0 < \beta < 90^\circ$, $0 < \phi_j < 90^\circ$,故 $0 < \alpha + \beta < 180^\circ$, $0 < \beta + \phi_j < 180^\circ$ 。在式(11)中, $\sin \beta > 0$, $\cos \phi_j > 0$, $\sin(\alpha + \beta) > 0$,且由凝聚力的含义,凝聚力不能为负数,要求 $k > 0$,所以, $\cos(\alpha + \phi_j) < 0$,则 $0 <$

$$\alpha + \phi_j < 90^\circ, \quad 0 < 2\alpha + \beta + \phi_j < 270^\circ.$$

式(12)中, 为保证 $k > 0$, 需讨论两种情况:
第一种情况:

$$\left. \begin{aligned} \sin(\beta + \phi_j) + \sin(\beta - \phi_j) &> 0; \\ \sin(2\alpha + \beta + \phi_j) + \sin(\beta - \phi_j) &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

第二种情况:

$$\left. \begin{aligned} \sin(\beta + \phi_j) + \sin(\beta - \phi_j) &< 0; \\ \sin(2\alpha + \beta + \phi_j) + \sin(\beta - \phi_j) &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

经分析, 只有第一种情况成立, 第二种情况不成立。在第一种情况下, 只需比较 $\sin(\beta - \phi_j)$ 和 $\sin(2\alpha + \beta + \phi_j)$ 的大小关系即可。

通过比较研究, 得到等效凝聚力与节理面凝聚力之间关系如下: $0 < 2\alpha + \beta + \phi_j < 90^\circ$, $k < 1$, $c_e < c_j$; $90^\circ < 2\alpha + \beta + \phi_j < 180^\circ$, $0 < \alpha + \beta + \phi_j < 90^\circ$, $k < 1$, $c_e < c_j$; $90^\circ < 2\alpha + \beta + \phi_j < 180^\circ$, $90^\circ < \alpha + \beta + \phi_j < 180^\circ$, $k > 1$, $c_e > c_j$; $180^\circ < 2\alpha + \beta + \phi_j < 270^\circ$, $k > 1$, $c_e > c_j$ 。可见等效凝聚力与基本凝聚力之间的大小关系, 不但与迎剪切方向的起伏角 α 、背剪切方向的起伏角 β 、基本摩擦角 ϕ_j 有关, 且与它们的组合关系有关。

根据 Barton 的研究, $\phi_j \approx 25^\circ$ 。考虑一种特殊情况: 齿形凸台为等腰三角形时, 即 $\alpha = \beta$, 且取 $\phi_j = 25^\circ$, 等效凝聚力与节理面的凝聚力的大小关系取决于起伏角 α 。在这种情况下, 其关系如下: $0 < \alpha < 32.5^\circ$, $k < 1$, $c_e < c_j$; $32.5^\circ < \alpha < 81.7^\circ$, $k > 1$, $c_e > c_j$ 。对于前者, 起伏角 α 也很小时, $c_e < c_j$, 当 c_j 很小时, 则 c_e 可以忽略。

3 讨论

3.1 与 Patton 剪胀公式的比较

基于规则锯齿形节理面, Patton 提出双线性抗剪强度公式:

$$\tau = \sigma_n \tan(\phi_j + i), \quad \sigma \leq \sigma_T \quad (15)$$

$$\tau = c_r + \sigma_n \tan \phi_r, \quad \sigma \geq \sigma_T \quad (16)$$

式中 c_r 为节理面的凝聚力; ϕ_r 为节理面的残余摩擦角; σ_T 为节理面从滑动转向剪断的临界应力。式(15)即为 Patton 剪胀公式。由于采用规则的齿形节理, 可能试验时齿形面比较光滑, 即 $c_j \rightarrow 0$, 故 Patton 剪胀公式与试验结果较为一致; 当 $c_j \rightarrow 0$, 式(5)变为式(15), 可见式(15)是式(5)

的特殊情况, 而式(5)是在低法向应力下推导的, 式(7)和式(8)建立等效摩擦角与基本摩擦角、等效凝聚力与基本凝聚力的关系, 在低法向应力下本文推导的公式比 Patton 剪胀公式更具一般性。

3.2 抗剪强度的统一形式

对于由相同的规则三角形凸台形貌的节理, 各种法向应力下的剪切破坏分析如下:

(1) 在低法向应力下抗剪强度公式见式(5)。

(2) 在中法向应力下, 节理凸台可能发生沿与剪切方向成 θ ($\theta < \alpha$) 的剪切破坏。在这种情况下, 将 θ 替换 α , 岩石的抗剪参数替换节理面抗剪参数, 即岩石内摩擦角 ϕ_b 、凝聚力 c_b 替换节理面内摩擦角 ϕ_j 、凝聚力 c_j , 式(7)变为

$$\tau = \sigma_n \tan(\phi_b + \theta) + \frac{\sin \beta \cos \phi_b}{\sin(\theta + \beta) \cos(\theta + \phi_b)} c_b \quad (17)$$

在这种情况下, 同样存在剪胀效应。上面讨论的等效摩擦角和等效凝聚力的规律仍然是适用的。当 $0 < \phi_b + \theta < 90^\circ$, $90^\circ < \theta + \beta < 180^\circ$ 时, 在法向应力一定的情况下, 随着剪切破坏的进行, 剪切应力逐渐减小。

(3) 对于高法向应力下节理可能从凸台体底部剪切破坏, 相当于 $\theta = 0$, $\beta = 0$, 式(5)变为

$$\tau = \sigma_n \tan \phi_b + c_b \quad (18)$$

由此可见, 在三种应力情况下, 抗剪力具有相同的表现形式, 区别在于等效抗剪参数意义不一样。

4 结论

本文考虑到节理起伏度和粗糙度的影响, 推导了锯齿形节理面的抗剪强度公式, 建立了等效凝聚力与节理面凝聚力的关系, 提出了等效系数的概念, 详细研究了等效系数的变化规律, 并与 Patton 剪胀公式作了比较分析, 探讨不同法向应力情况的剪切强度的表现形式。主要结论归纳如下:

(1) 在低法向应力下本文推导的等效摩擦角和等效凝聚力是适用的, 反映了等效摩擦角和等效凝聚力的变化规律。Patton 剪胀公式是式(5)的特殊情况, 而式(5)比 Patton 剪胀公式更具一般性。

(2) 节理面的抗剪强度考虑到了起伏度和粗糙度的影响, 起伏角不但对等效摩擦角有影响, 而且对等效凝聚力也是有影响的。

(3) 等效凝聚系数、等效凝聚力和节理面凝聚力关系如下: $0 < 2\alpha + \beta + \phi_j < 90^\circ$, $k < 1$, $c_e < c_j$; $90^\circ < 2\alpha + \beta + \phi_j < 180^\circ$, $0^\circ < \alpha + \beta + \phi_j < 90^\circ$,

$k < 1$, $c_e < c_j$; $90^\circ < 2\alpha + \beta + \phi_j < 180^\circ$, $90^\circ < \alpha + \beta + \phi_j < 180^\circ$, $k > 1$, $c_e > c_j$; $180^\circ < 2\alpha + \beta + \phi_j < 270^\circ$, $k > 1$, $c_e > c_j$

(4) 在高、中、低三种应力情况下抗剪强度公式具有相同的表现形式, 区别在于等效抗剪参数意义不一样。

参 考 文 献

- [1] 夏才初, 孙宗顺. 工程岩体节理力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 2002.
- [2] Barton N, Choubey V. The shear strength of rock joints in theory and practice[J]. **Rock Mechanics**, 1977, 10: 1—54.
- [3] Dight p M, Chiu H K. Prediction of shear behavior of joints using profiles[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 1981, 18: 69—86.
- [4] Haberfield C M, Johnston I W. A mechanistically-based model for rough rock joints[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 1994, 31: 279—292.
- [5] Ueng T S, Chang W C. Shear strength of joints surface profiles[A]. **Proceedings of the International Symposium**[C]. Norway: Barton N R, Stephansson O. 1990. 295—300.
- [6] Jilian P Seldel. A theoretical model for rock joints subjected to constant normal stiffness direct shear[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2002, (39): 539—553.
- [7] Patton F D. Multiple models of shear failure in rock[A]. **Proceedings of the First Congress of ISRM**[C], [s. l.]: [s.n.], 1966. 509—513.
- [8] Ladanyi B, Archambault G. Simulation of shear behavior of a jointed rock mass[A]. **Proceedings of 11th Symposium on Rock Mechanics (AIME)**[C], [s. l.]: [s. n.], 1970.
- [9] Jaeger J C. Friction of rocks and stability of rock slopes[J]. **Geotechnique**, 1971, 21: 91—134
- [10] Saeb S. A variance on the ladanyi and archambault's shear streng criterion[A]. Barton N R, Stephansson O.. rock joints. **Proceedings of the International Symposium on Rock Joints**[C]. Rotterdam: A.A.Balkema, 1990.
- [11] 孙广忠. 岩体结构力学[M]. 北京: 科学出版社, 1988.
- [12] 刘东燕, 叶晓明, 朱凡. 断续节理岩体强度评价及承载力预测[J]. 重庆建筑大学学报, 19(2): 21—30.

LIU Dong-yan, YE Xiao-ming, ZHU Fan. The ultimates strength evaluation of rock mass containing intermittent joints[J]. **Journal of Chongqing Architecture University**, 1997, 19(2): 21—30.